

# 2021 第八屆來恩盃全國高中職程式能力競賽

## 試題本封面

編號：\_\_\_\_\_ 學校：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

作答完成之題目請參賽選手打勾

題號	Problem 1	Problem 2	Problem 3	Problem 4	Problem 5	Problem 6	答題統計 (選手填寫)
完成 打勾							
評分 - 考場教室號碼： <b>C30</b> 評審老師簽名： (下列欄位由 評審老師 填寫)							答對題數 & 最末「修改」時間
正確 打勾							
時:分:秒							

### 說明

1. 競賽開始前請勿翻開試題本。競賽開始後，請務必先於競賽試題本封面簽名。
2. 當每一題解題完成時，請儘速將解題完成的程式專案，複製到下列指定目錄，作為該題完成時間之評分依據：  

D:\LionCup\Problem#

其中，“#”表示題目編號。例如，若解出第 3 題，則在“D:\”建立目錄，並將程式專案複製到 D:\LionCup\Problem3 裡頭，並須於封面之作答題號處打勾。
3. 程式競賽以答對的題數與解題時間計分，當答對的題數相同時，以完成該題數的最末時間作為排名依據（以 .exe 檔的時間記錄為主）。
4. 解題程式執行時間限制為 10 秒內，若執行超過時限，則判定為解題錯誤。
5. 禁止任何形式作弊；勿自行攜帶手機、計算機、參考資料入場；競賽時，切斷連外網路。
6. 參賽者「可以」使用電腦內安裝之軟體（如小算盤等）協助解題。
7. 鼓勵以 Console Mode 解題。
8. 評分時，除題目所列的範例測資外，另有額外測資，必須所有測資皆解答正確才算答對。
9. 競賽時間內，除經監考人員許可如廁外，不得提前離場。競賽結束後，12:00 準時開始評分，評分時，請參賽同學留在座位上，雙手離開桌面。當評審老師走到同學處進行評分時，才可依評審指示操作電腦；評分完成後，請同學離場。

# 第 1 題 連續整數和

## 問題描述

輸入一個正整數  $n$ ，把所有連續（至少 2 個）正整數之和等於  $n$  的數列條列出來。例如：輸入 30，連續正整數之和等於 30 的有  $4+5+6+7+8$ 、 $6+7+8+9$ 、 $9+10+11$  等三組，寫成  $4\sim 8$ 、 $6\sim 9$ 、 $9\sim 11$ 。

## 輸入說明

輸入正整數  $n \in N$ ， $2 \leq n \leq 1000000$ 。

## 輸出說明

輸出所有連續正整數（至少 2 個連續正整數）之和等於  $n$  者，每組解只保留第 1 個及最後 1 個數字並用「 $\sim$ 」連結，組內「 $\sim$ 」符號前後不要空格，各組解之間以逗號隔開。輸出順序以第一個數字由小到大排序。無解時輸出 -1。

## 範例

輸入	輸出
8	-1
15	1~5, 4~6, 7~8
30	4~8, 6~9, 9~11

## 第 2 題 換位加密法

### 問題描述

假設 Alice 要傳送一份機密訊息 P 給 Bob，為了避免機密訊息曝光，Alice 打算使用一種換位加密法來保護此機密訊息。換位加密的過程是先輸入一個金鑰字串 K 及機密訊息字串 P，再將機密訊息 P 以金鑰字串長度為行數，由左至右、由上而下依序排列，排列完成後，以金鑰 K 之字母順序值為選取順序，將機密訊息依照行的方式由上而下進行讀取，即可得到密文 C。

舉例來說，若輸入 K="GREAT"，字母順序值則為 3 4 2 1 5，若機密訊息 P="TAIWANCANHELPME"，則加密方式如下圖：

G	R	E	A	T
3	4	2	1	5

T	A	I	W	A
N	C	A	N	H
E	L	P	M	E

密文 C="WNMIAPTNEACLAHE"

Alice 運算得到密文 C 後，再將密文 C 傳送給 Bob，即可達到秘密通訊的目的。

### 輸入說明

第一列輸入金鑰字串 K，例如：GREAT。

第二列輸入機密訊息字串 P，例如：TAIWANCANHELPME。

其中，金鑰字串 K 的長度小於機密訊息字串 P 的長度。

### 輸出說明

輸出答案為密文 C，例如：WNMIAPTNEACLAHE。

### 範例

輸入	輸出
GREAT TAIWANCANHELPME	WNMIAPTNEACLAHE
DRAGON FAKENEWSISBADTHING	KIHFWDSEIEAGBNAST

## 第 3 題 階乘溢位偵測

### 問題描述

階乘運算可視為一個函數：

$$f(n) = n! = 1*2*\dots*(n-1)*n = n*f(n-1),$$

其中  $n \geq 0$  為自然數。由 1 開始依序由小到大連續乘，並定義初始條件  $f(0) = 0! = 1$ 。在此定義下，我們觀察到，階乘數值增加非常快速。例如，比較  $f(5) = 5! = 120$  與  $f(10) = 10! = 3,628,800$ ，當  $n$  由 5 增加到 10 變 2 倍時，階乘值已變為  $\frac{f(10)}{f(5)} = 30,240$  倍。由於電腦中所使用的整數位數有限，因此，電腦在計算階乘時常發生「溢位 Overflow」問題。

若以  $K$  位數的十進位「非負」整數型態 "Decimal\_K" 計算階乘  $f(n) = n!$ ，由於 "Decimal\_K" 能表示的整數範圍為  $0 \sim (10^K - 1)$  的整數，因此，若階乘數值超出  $(10^K - 1)$ ，則會發生計算溢位的錯誤。請撰寫程式，在輸入  $K$  值情況下，找出當  $n$  多大時，以 "Decimal\_K" 的十進位「非負」整數型態作階乘  $f(n)$  計算，會「首次」發生溢位。

舉例來說：

- (1) 給定  $K = 1$ ，"Decimal\_1" 的值域為  $[0 \sim 9]$ ，則當  $n = 4$  時  $f(4) = 4! = 24$  會首次發生溢位；
- (2) 給定  $K = 5$ ，"Decimal\_5" 的值域為  $[0 \sim 99,999]$ ，則當  $n = 9$  時  $f(9) = 9! = 362,880$  會首次發生溢位。

### 輸入說明

輸入 1 個正整數  $K$ ，其中  $K \leq 50$ 。

### 輸出說明

輸出  $f(n)=n!$  階乘計算首次發生溢位時的數值  $n$ 。

### 範例

輸入	輸出
1	4
5	9

## 第 4 題 空間三點的觀察

### 問題描述

使用者輸入 3 個空間點整數坐標  $(x_1, y_1, z_1)$ 、 $(x_2, y_2, z_2)$ 、 $(x_3, y_3, z_3)$ ，每個空間點坐標都是三維座標，觀察這 3 個空間點坐標，若無法構成三角形的三個頂點，則顯示“NONE”；若三角形存在，則判斷三角形是否為鈍角三角形，並計算三角形面積。

### 輸入說明

輸入 3 個空間點整數坐標，每個空間點坐標的  $x, y, z$  分量範圍都是  $-99999 \sim 99999$  的整數，數字間以空格隔開。3 個空間點整數坐標於同一行按照  $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3$  的順序輸入。

### 輸出說明

若 3 個空間點無法構成三角形的三個頂點，輸出答案為“NONE”。

若 3 個空間點坐標能構成三角形且為鈍角三角形，輸出答案為“A=”及三角形面積；否則輸出答案為“B=”及三角形面積，三角形面積以固定以 2 位小數顯示 (小數點 3 位四捨五入到小數點 2 位)。

### 範例

輸入	輸出
11 -22 33 77 -88 99 44 -55 66	NONE
2 0 -1 210 3 1 -45 187 0	A=19519.97
375 756 35 512 -21 20 -2 5 25	B=197946.88

## 第 5 題 分數轉換到特殊格式小數

### 問題描述

給定兩個整數，分別表示分數的分子 `numerator` 和分母 `denominator`，以字串形式返回小數。如果小數部分為循環小數，則將循環的數字部分轉換成繁體「零、壹、貳、參、肆、伍、陸、柒、捌、玖」括在括號內。如果存在多個答案，只需返回任意一個。

### 輸入說明

輸入 2 個範圍為 1~10000 的整數，第一個數字代表分子，第二個數字代表分母 (其中，分子數字小於分母數字)；數字間以空格隔開。

### 輸出說明

以字串形式返回小數。如果小數部分為循環小數，則將循環的數字部分轉換成繁體「零、壹、貳、參、肆、伍、陸、柒、捌、玖」括在括號內。如果，輸出結果小數點右邊的數字會超過 50 位數字，則請截掉後面數字只輸出前 50 位數字。

### 範例

輸入	輸出
1 2	0.5
2 3	0.(陸)
1 7	0.(壹肆貳捌伍柒)

## 第 6 題 尤拉四平方和恆等式

### 問題描述

尤拉四平方和恆等式(Euler's Four Square Identity)說明，如果兩個整數 $a$ 、 $b$ 都能表示為四個整數平方數的和，則這兩個整數的乘積 $a * b$ 也能表示為四個整數平方數的和。亦即

$$a = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$$
$$b = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2$$

則

$$a * b = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2$$

舉一例如下：

$$a = 30 = 1*1 + 2*2 + 3*3 + 4*4$$
$$b = 4 = 1*1 + 1*1 + 1*1 + 1*1$$

則

$$a*b = 120 = 0*0 + 2*2 + 4*4 + 10*10$$

或

$$a*b = 120 = 2*2 + 4*4 + 6*6 + 8*8$$

### 輸入說明

分別輸入兩組數字代表構成  $a$  和  $b$  的四個平方數，每組四個範圍為  $0 \sim 5$  的整數；數字間以空格隔開。

第一列輸入  $a$  的四個平方數

第二列輸入  $b$  的四個平方數

### 輸出說明

輸出  $a$ 、 $b$  和  $a*b$  的四個平方數組合。(  $a*b$  的表示法不只一種，列出所有的組合，其中，四個平方數皆為非負整數)

第一列輸出： $a =$  四個平方數的和 = 列出哪四個平方數的和

第二列輸出： $b =$  四個平方數的和 = 列出哪四個平方數的和

第三列以後每列輸出一種  $a*b$  的四個平方數之和：

$$a*b = \text{四個平方數的和} = \text{列出哪四個平方數的和}$$

以輸入以下二列為例：

1 2 3 4

1 1 1 1

則輸出時，

第一列輸出： $a = 30 = 1*1 + 2*2 + 3*3 + 4*4$

第二列輸出： $b = 4 = 1*1 + 1*1 + 1*1 + 1*1$

第三列以後每列輸出一種  $a*b$ ，如下：

$$a*b = 120 = 0*0 + 2*2 + 4*4 + 10*10$$

$$a*b = 120 = 2*2 + 4*4 + 6*6 + 8*8$$

注意：第三列以後，同一列中所列出的四個平方數要由小到大排序輸出。不同列間的輸出順序，先比第一個數字，若相同則比第二個數字以此類推，每列間由小到大依序輸出。例如上例的第三列與第四列，比較四個平方數的第一個數字，因  $0 < 2$ ，所以輸出第三列為  $a*b = 120 = 0*0 + 2*2 + 4*4 + 10*10$ ，第四行則為  $a*b = 120 = 2*2 + 4*4 + 6*6 + 8*8$

## 範例

輸入	輸出
1 2 3 4 1 1 1 1	$a = 30 = 1*1 + 2*2 + 3*3 + 4*4$ $b = 4 = 1*1 + 1*1 + 1*1 + 1*1$ $a*b = 120 = 0*0 + 2*2 + 4*4 + 10*10$ $a*b = 120 = 2*2 + 4*4 + 6*6 + 8*8$
3 2 0 1 1 1 2 2	$a = 14 = 3*3 + 2*2 + 0*0 + 1*1$ $b = 10 = 1*1 + 1*1 + 2*2 + 2*2$ $a*b = 140 = 0*0 + 2*2 + 6*6 + 10*10$ $a*b = 140 = 1*1 + 3*3 + 3*3 + 11*11$ $a*b = 140 = 1*1 + 3*3 + 7*7 + 9*9$ $a*b = 140 = 2*2 + 6*6 + 6*6 + 8*8$ $a*b = 140 = 3*3 + 5*5 + 5*5 + 9*9$