

2018 第五屆來恩盃全國高中職資訊能力暨創意應用專題競賽

程式競賽組 - 試題本封面

組別：_____ 學校：_____ 姓名：_____

作答完成之題目請參賽選手打勾

題號	Problem 1	Problem 2	Problem 3	Problem 4	Problem 5	Problem 6	答題統計 (選手填寫)
完成 打勾							
評分 - 考場教室號碼： <u>C30</u> (下列欄位由 評審老師 填寫)							答對題數&最末 「修改」時間
正確 打勾							
時:分:秒							

說明

1. 競賽開始前請勿翻開試題本。競賽開始後，請務必先於競賽試題本封面簽名。
2. 當每一題解題完成時，請儘速將解題完成的程式專案，複製到下列指定目錄，作為該題完成時間之評分依據：

D:\LionCup\Problem#

其中，“#”表示題目編號。例如，若解出第 3 題，則在“D:\”建立目錄，並將程式專案複製到 D:\LionCup\Problem3 裡頭，並須於封面之作答題號處打勾。

3. 程式競賽以答對的題數與解題時間計分，當答對的題數相同時，以完成該題數的最末時間作為排名依據（以 .exe 檔的時間記錄為主）。
4. 解題程式執行時間限制為 10 秒內，若執行超過時限，則判定為解題錯誤。
5. 禁止任何形式作弊；勿自行攜帶手機、計算機、參考資料入場；競賽時，切斷連外網路。
6. 參賽者「可以」使用電腦內安裝之軟體（如小算盤等）協助解題。
7. 解題之輸入、輸出細節形式不拘，唯須符合題意要求；鼓勵以 Console Mode 解題。
8. 評分時，除題目所列的範例測資外，另有額外測資，必須所有測資皆解答正確才算答對。
9. 競賽時間內，除經監考人員許可如廁外，不得提前離場。競賽結束後，12:00 準時開始評分，評分時，請參賽同學留在座位上，雙手離開桌面。當評審老師走到同學處進行評分時，才可依評審指示操作電腦；評分完成後，請同學離場。

第 1 題 - 密文排列

問題描述

Alice 要傳送一份機密訊息 P 給 Bob，為了避免機密訊息曝光，打算使用一種換位法來保護此機密訊息。換位法的程序是先輸入一個數字 K 當作列數，並以機密訊息長度當作行數，然後將機密訊息每個字母以鋸齒狀的方式進行排列，排列完成後，從左至右、由上到下讀取，形成密文 C。

舉例來說，若輸入 $K=3$ ，機密訊息 $P="UNIVERSITY"$ ，則換位排列如下圖：

U				E				T	
	N		V		R		I		Y
		I				S			

則產生輸出的密文為 $C="UETNVRIYIS"$ 。

輸入說明

輸入 1 個正整數 $1 < K \leq 10$ ，再輸入原始機密訊息字串 P，兩輸入間以空格隔開。

輸出說明

輸出答案為密文字串 C。

範例

輸入	輸出
3 SAVEYOURSELF	SYSAEOREFVUL
4 SOUTHERNTAIWAN	SRAOENWNUHTITA

第 2 題 - N 進位系統之乘法直式運算

問題描述

地球人是採用「十進位」系統，如圖 1 所示，我們利用「九九乘法表」進行乘法直式的計算。據路邊社消息得知，冥王星人是採用「16 進位」系統，所以如圖 2 所示，需改用「FF 乘法表」進行乘法直式的計算。而 KIC 8462852 星球是在 2009 年首次被發現，位置離我們約 1,500 光年遠，在銀河系天鵝座和天琴座之間，我們準備和其溝通，因此必須先準備好 N 進位系統 ($N \leq 24$)，開發能夠作 N 進位直式乘法的程式。註：當 $N=24$ ，則該數字系統為 0123456789ABCDEFGHIJKLMN，均為大寫。

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ 44 \\ \hline 212 \\ 2120 \\ \hline 2332 \end{array}$$

圖 1

$$\begin{array}{r} \times (38)_{16} \\ (2E)_{16} \\ \hline (310)_{16} \\ (700)_{16} \\ \hline (A10)_{16} \end{array}$$

圖 2



輸入說明

輸入 3 個數值。第 1 個數值代表要計算的進位系統 N，例如要進行 N=5 進位，就輸入 5，要進行 N=14 進位就輸入 14；第 2、3 個數值表示乘法直式運算的兩個數值，這兩個數值皆設定為兩個位數；例如，若要進行 16 進位計算，其數值範圍為 00~FF；各數字間以空格隔開。

輸出說明

輸出該 N 進制直式乘法的 5 個數值，各數字間以空格隔開；如圖 2 的例子則輸出 "38 2E 310 700 A10"；若輸入的運算數值不符合該進位系統，則輸出 "Error"。

範例

輸入	輸出
16 38 2E	38 2E 310 700 A10
15 0A 1F	Error
20 IJ AJ	IJ AJ I01 99A0 A7A1

第 3 題 - 資料傳輸編碼

問題描述

網路通訊時代，資料傳輸不免會有些雜訊干擾，為了讓通訊接收器可以偵測與驗證資料正確性，通訊傳送器常會在資料流 D 中插入驗證碼的機制，得到一組新的 codeword(碼字)。例如，假設要傳送一組 M=8 位元資料 D = "11000010"，則加入驗證碼後的 codeword，可由下列計算步驟求出：

A) 設定插入的驗證碼為 K 個位元，其中資料長度 $M \leq 2^n$ 且 $K = n + 1$ 。編碼後的 codeword 長度則為 (M+K) 個位元。例如，若傳送的資料 D 為 M=8 位元，則驗證碼長度為 $K=(3+1)=4$ 位元，codeword 總長度為 $M+K = 8+4 = 12$ 個位元。

B) 從左往右、由高位元至低位元，填入資料 D 的每個數位，但 2 的次方的位置不填。

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
資料			1		1	0	0		0	0	1	0

C) 對「資料列」中 1 的格子，在下方「二進位列」中，寫入其「位置」的二進位值。

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
資料			1		1	0	0		0	0	1	0
二進位			0011		0101						1011	

D) 對所有二進位數位，求「XOR(互斥或)」產生驗證碼。 $0011 \oplus 0101 \oplus 1011 = 1101$

E) 把產生之驗證碼「1101」，由低位至高位，依次填入 2 的次方的位置（低位元在左）。

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
資料			<u>1</u>		<u>1</u>	<u>0</u>	<u>0</u>		<u>0</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>
二進位			0011		0101						1011	
驗證碼	<u>1</u>	<u>0</u>		<u>1</u>				<u>1</u>				

F) 碼字 codeword 為上表所有底線數字的排列結果："101110010010"

輸入說明

第一個數值為資料位元長度 K，介於 4~10 之間的整數；之後，輸入 K 位元之資料 D；兩者以空格隔開。

輸出說明

輸出編碼後之 codeword。

範例

輸入	輸出
8 11000010	101110010010
8 10101101	011001011101

第 4 題 - 計算機程式

問題描述

使用者設計一個可以自動計算一串數學運算式的計算機，運算式中包括由數字、括號及運算符號組成，各別說明如下：

1. **數字**：可能是整數或浮點數，例如：13.456 或 32，且數值不為負
2. **運算符號**：" +, -, *, /, ^ "，其中 "+, -, *, /" 分別代表算術運算的加, 減, 乘, 除，"^" 代表次方運算，例如 3^2 運算結果會是 9
3. **左、右括號**：例如 $(24.5+5)*6.3$
4. **運算優先權**：第一是括號 "()"，第二是 "^, *, /"，第三是 "+, -"

舉例來說，若輸入 "12+(3.4+5*6.2)/3.2"，則結果會顯示 22.75。

輸入說明

輸入一串包含 "+, -, *, /, ^" 與 "()" 及數字組合的算式，並以 Return 作結束。

輸出說明

輸出答案為整個運算式的結果，以「四捨五入」取到小數點後第二位，如果輸入運算式不符合一般數學的表示式，則輸出 "N/A"。本題無需考慮運算結果發生溢位的問題。

範例

輸入	輸出
12+(3.4+5*6.2)/3.2	22.75
5.6*(6.4^3-8)	1423.21
(1234+5678	N/A

第 5 題 - Karatsuba 遞迴乘法

問題描述

對於兩數值乘法運算，Anatolii Alexeevitch Karatsuba 在 1960 年發明「透過拆分」計算兩個 n 位數相乘的方法。下圖為計算 $5678 * 1234$ 的過程：

$$\begin{array}{cc} & a & b \\ x = & \boxed{56} & \boxed{78} \\ y = & \boxed{12} & \boxed{34} \\ & c & d \end{array}$$

- ①計算 $a*c = 56*12=672$
- ②計算 $b*d = 78*34=2652$
- ③計算 $(a+b)*(c+d) = (56+78)*(12+34) = 6164$
- ④計算 $③ - ② - ① = 6164 - 2652 - 672 = 2840$
- ⑤計算 $① * 10^{2*2} + ④ * 10^2 + ② = 7006652$

首先將兩個數值拆分成 a 、 b 、 c 、 d 四個部分，分別計算 $a*c$ 和 $b*d$ 與 $(a+b)*(c+d)$ ，最後再用第 3 計算式的結果，減去前面 2 個計算式，然後在計算式 1 結果後面加 4 個 0（即 10^{2*2} ），計算式 4 結果後面加 2 個 0（即 10^2 ），再把三者相加，就是正確答案。

一般情況下，假設要相乘的兩個數是 $x*y$ 。我們可以把 x 、 y 寫成：

$$x = a * 10^{\frac{n}{2}} + b, \quad y = c * 10^{\frac{n}{2}} + d$$

這裡 n 是數字的「位數」，如果 n 是偶數，則 a 和 b 都是 $\frac{n}{2}$ 位數，若數字是奇數位數，則令 n 設為該位數「減」1，例如 $x=1234$ （四位數）則 $n=4$ ， $a=12$ ， $b=34$ ；若 $x=12345$ （五位數）則 $n = 5-1 = 4$ ， $a=123$ ， $b=45$ ，而 $x=(a*10^2 + b)$ 。之後 $x*y$ 就變成：

$$x * y = (a * 10^{\frac{n}{2}} + b) * (c * 10^{\frac{n}{2}} + d) = a * c * 10^n + (a * d + b * c) * 10^{\frac{n}{2}} + b * d$$

以上即為 Karatsuba 計算兩數乘積的方法；在程式實作上，需要注意的兩點是：

1. 這些乘法在程式裡可用「遞迴」實現，即當數字很大時先拆分，若拆分出來的數字還是很大的話，就繼續拆分為 $(n/2)$ ，直到無法分拆為止，即當 $x < 10$ 或 $y < 10$ 時，停止拆分，直接回傳 $x*y$ 。
2. $(a*d + b*c)$ 的計算為了避免兩次重複乘法，應該使用之前的「遞迴計算結果」。
3. 在遞迴函數中，依「①式 → ②式 → ③式」順序作遞迴計算。

比如計算 $12345 * 6789$ ，拆分時 $n = 5-1$ ， $a = 123$ 、 $b = 45$ 以及 $c = 67$ 、 $d = 89$ ，也就是： $12345 = 123 * 10^2 + 45$ 與 $6789 = 67 * 10^2 + 89$ ，那麼：

- ①計算 $a*c = 123*67=8241$
- ②計算 $b*d = 45*89=4005$
- ③計算 $(123+45)*(67+89)=26208$

$$\textcircled{4} \text{計算} \textcircled{3} - \textcircled{2} - \textcircled{1} = 26208 - 4005 - 8241 = 13962$$

最終結果就是：

$$\textcircled{5} = \textcircled{1} * 10^{2*2} + \textcircled{4} * 10^2 + \textcircled{2} = 8241 * 10^4 + 13962 * 10^2 + 4005 = 83810205$$

以上就是使用拆分方式計算乘法的原理。請透過遞迴程式，實現的 Karatsuba 乘法。

輸入說明

輸入兩個欲相乘的數值，數字間以空格隔開。每個輸入的數值介於 0 和 999999 之間。

輸出說明

輸出每次進入到遞迴拆分的每組 x, y 數值（輸出格式如下範例），及最後的乘法結果。

範例

輸入	輸出
12 34	x=12, y=34 x=1, y=3 x=2, y=4 x=3, y=7 408
123 45	x=123, y=45 x=12, y=4 x=3, y=5 x=15, y=9 5535
987 123	x=987, y=123 x=98, y=12 x=9, y=1 x=8, y=2 x=17, y=3 x=7, y=3 x=105, y=15 x=10, y=1 x=5, y=5 x=15, y=6 121401

第 6 題 - 親和數

問題描述

畢達哥拉斯曾說：「朋友是你靈魂的情影，要像 220 與 284 一樣親密。」，這裡提到的 220 與 284 為「親和數 Amicable Number」，其定義為：彼此的全部因數（本身除外）總和，與另一方相等；如 220 因數分解為 $1*2*4*5*10*11*20*22*44*55*110$ ，則：

$$220 \text{ (自身以外) 因數總和} : 1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110 = 284$$

而 284 因數分解為 $1*2*4*71*142$ ，則：

$$284 \text{ (自身以外) 因數和} : 1+2+4+71+142 = 220$$

剛好都等於對方。請寫程式，判斷兩個給定的數字 a、b 是否為親和數。

輸入說明

輸入兩個正整數 $0 < a、b < 1000000$ ，中間以空格隔開。

輸出說明

若 a 和 b 為親和數，則輸出 true，否則輸出 false。

範例

輸入	輸出
284 220	true
10744 10856	true
10856 12345	false